

EL «MÉTODO SELECTIVO» FACTORIAL EN EL ANÁLISIS DE TIPOLOGÍAS URBANAS

Félix Calvo Gómez, Cristina Lavia Martínez

Índice: 0. RESUMEN. I. EL PROBLEMA DE LA TIPOLOGIZACIÓN DE SUB-ÁREAS URBANAS. II. METODOLOGÍAS EMPÍRICAS PARA EL ANÁLISIS DE LA JERARQUÍA EN UN SISTEMA URBANO. II. 1. Métodos ecológicos descriptivos. II. 2. Métodos de clasificación jerárquica de unidades urbanas. II. 2. 1. Métodos de clasificación en base al tamaño. II. 2. 2. Método de clasificación funcional. II. 3. Métodos multivariantes. III. PROBLEMAS ASOCIADOS AL MÉTODO ECOLÓGICO-FACTORIAL. III. 1. Sobre el modelo de análisis: calidad de los datos. III. 2. Sobre el procedimiento de análisis: el Análisis Factorial. IV. LAS PUNTUACIONES FACTORIALES. EL «MÉTODO SELECTIVO». V. UN EJEMPLO: PUNTUACIONES FACTORIALES POR EL MÉTODO SELECTIVO EN ANÁLISIS ECOLÓGICOS URBANOS. BIBLIOGRAFÍA.

0. Resumen

La delimitación y descripción de sub-áreas urbanas es un tópico de discusión que arrastra una larga historia en la ciencias sociales, fundamentalmente en el intento de abordar metodológicamente la cuestión del análisis empírico.

En este trabajo trataremos alguno de los problemas asociados a la tipologización de sub-áreas urbanas por métodos factoriales, que son hoy día de los más utilizados para delinear la estructura espacial de la jerarquía urbana en lo que genéricamente se han denominado «áreas sociales».

La aplicación de técnicas factoriales a este tipo de análisis ha tropezado siempre con dificultades técnicas y metodológicas asociadas al hecho de trabajar con datos agregados definidos en unidades de base territorial. A estos problemas, que son tanto de inferencia teórica como de

aplicación técnica, los investigadores han intentado responder siempre con intuición y cautela.

Lo que se pretende aquí es, a partir de un caso real, ofrecer alguna solución metodológica al problema concreto de la jerarquización de sub-unidades y establecimiento de tipologías urbanas en base a métodos factoriales.

I. El problema de la tipologización de sub-áreas urbanas

Uno de los tópicos que ha despertado más interés entre los científicos sociales que investigan problemas de estructura de un sistema urbano ha sido el de desarrollar metodologías para la *clasificación, ordenación o jerarquización* de las unidades urbanas dentro del sistema.

En este sentido, la extensión del concepto de «*sistema*» ha sido clave para el desarrollo de multitud de estudios que intentan desvelar la forma de las relaciones entre las partes que componen una totalidad socio-espacial. Como sistemas urbanos, un área metropolitana, una ciudad o una región constituyen subsistemas dentro de algún sistema mayor, pero también pueden ser descompuestos en unidades menores funcionalmente interdependientes.

Este tipo de relación básica entre las partes (unidades) de un sistema urbano, la interdependencia, implica que cualquier unidad ocupa una «posición» relativa respecto a las demás dentro del sistema, y que todas las unidades mantienen en virtud de sus posiciones algún orden.

En consecuencia, llegar a identificar la forma y características de este ordenamiento es uno de los objetivos más importantes del análisis de sistemas urbanos tanto desde un punto de vista académico como práctico, dada la importancia que un conocimiento de la estructura del sistema tiene para la planificación urbana y la ordenación territorial.

Ahora bien, ¿cómo abordar el análisis de la jerarquía de un sistema urbano? ¿Qué método/s permiten establecer tipologías a partir de la consideración de un conjunto de sub-unidades como un sistema urbano? El problema es, por tanto, metodológico: qué medir, cómo medirlo y cómo analizar esta información.

II. Metodologías empíricas para el análisis de la jerarquía de un sistema urbano

El desarrollo de metodologías para analizar esta realidad tiene múltiples implicaciones, como demuestra la gran variedad de aportaciones en este campo, oscilando siempre entre planteamientos económicos, geográ-

ficos y sociológicos. Atendiendo a la definición de un sistema urbano como una realidad socio-espacial, básicamente las orientaciones fundamentales son dos: la geográfica y la sociológica.

En principio, la clasificación de ciudades ha sido objetivo prioritario de los geógrafos (Haggett 1977, p. 20) con el fin de desvelar el modelo «espacial» distributivo del sistema urbano. Por su parte, los sociólogos han partido del estudio interno de las unidades urbanas, ampliando paulatinamente su interés hacia un concepto más amplio de sistema urbano a cualquier nivel (área metropolitana, región, sistema nacional, etc.), aunque siempre desde la perspectiva de un sistema *social* urbano, es decir, como la plasmación espacial del sistema social (Hawley 1971, pp. 12-13).

En consecuencia, la evolución de las metodologías de análisis empírico de la estructura de un sistema urbano y de su forma espacial ha venido condicionada por los intereses prioritarios de los respectivos campos científicos así como de la evolución de las técnicas de análisis cuantitativo disponibles.

Para la obtención de tipologías urbanas a cualquier nivel, los métodos son en consecuencia muy variados. Restringiendo la clasificación a aquellos que se basan en técnicas cuantitativas¹, podríamos establecer un elenco cronológico de los más importantes:

II.1. *Métodos ecológicos descriptivos*

A partir del trabajo de la escuela sociológica norteamericana de la Ecología Humana, el análisis de la estructura interna de las ciudades y áreas metropolitanas popularizó el uso de gran cantidad de información sobre población, actividades y problemas sociales con que construir tipologías de áreas urbanas.

Los métodos desarrollados se basaban en la búsqueda de relaciones entre distancia social y distancia espacial, medidas normalmente con técnicas simples de correlación y técnicas cartográficas elementales. En virtud de las similitudes sociales, se delineaban agrupamientos espaciales característicos de sub-áreas urbanas conocidos como «áreas naturales».

¹ Particularmente, dejamos de lado los métodos clasificatorios y de delimitación de tipologías urbanas basados en métodos cartográficos, que tienen sobre todo importancia en la geografía y que, desde la visualización intuitiva hasta el «análisis de isomorfismos» (Racionero 1981, pp. 74-85) han sido muy utilizados. Cfer. HAGGET, P. (1977) *L'Analyse Spatiale en Géographie Humaine*, Armand Colin, Paris, pp. 270-276.

Entre los años 20 y 50, este tipo de metodología descriptiva dio lugar a la generalización de una serie de *modelos sobre la estructura y crecimiento de las ciudades* bien conocidos, como el modelo de círculos concéntricos de Burgess (1925) o el de núcleos múltiples de Harris y Ullman (1945). No obstante, la metodología no permitía más que una aproximación a una realidad compleja: la homogeneidad de las áreas naturales y el orden jerárquico de las mismas era difícil de establecer.

II.2. *Métodos de clasificación jerárquica de unidades urbanas*

De modo casi paralelo a los trabajos de la escuela ecológica, la extensión de la teoría geográfica denominada Teoría de los Lugares Centrales dio lugar al desarrollo de un buen número de metodologías de clasificación y jerarquización de ciudades que pueden agruparse en dos grandes tipos: métodos de clasificación en base al tamaño, y métodos de clasificación funcional.

II.2.1. Métodos de clasificación en base al tamaño

Estos métodos son muy numerosos pero también bastante parecidos entre sí: la mayoría proceden de la economía y, en especial, de los diagnósticos para la planificación regional (Richardson 1974). El más notorio de todos ellos es la *Regla Rango-Tamaño* (Zipf 1945).

El modelo defiende la existencia de una determinada relación de ajuste matemático entre el número de ciudades que componen un sistema urbano y el tamaño de cada una, en función de su posición (orden) en el sistema. Con una sencilla fórmula matemática, puede entonces deducirse el orden que le corresponde a una unidad cualquiera en la jerarquía conociendo su tamaño poblacional.

La aplicación de esta regla como método descriptivo de la estructura jerárquica de un sistema nacional de ciudades ha sido amplísima, y de hecho se sigue utilizando como estimador de la optimalidad de una distribución jerárquica de ciudades, ya que su interpretación alude al carácter más o menos equilibrado del sistema.

No obstante, la distribución que la Regla representa procede de la generalización de distribuciones observadas, y, por tanto, no permite establecer sino tipologías en función del modelo original. Por otra parte, es un método parcial, en el sentido que sólo capta un aspecto de la estructura: el tamaño de las unidades.

II.2.2. Métodos de clasificación funcional

Un planteamiento similar presentan los métodos de clasificación funcional de ciudades: concretamente se basan en la idea de que la mayor parte de las interrelaciones entre unidades urbanas pueden explicarse por sus diferencias funcionales. Medidas tales diferencias, se establecerá una tipología jerárquica de las unidades.

La variedad de métodos para establecer la tipología radica entonces en la forma de medir las diferencias funcionales: desde tipologías casi intuitivas hasta las clasificaciones basadas en técnicas estadísticas, los métodos de clasificación funcional han tenido en común la operacionalización de las diferencias funcionales en términos de actividades económicas que realiza la población, y concretamente, la utilización de datos de empleo.

Los distintos métodos de clasificación han evolucionado hacia el establecimiento de criterios estadísticos de definición del «umbral de especialización» a partir del cual establecer una tipología jerárquica de ciudades. De todos los índices elaborados, el índice de Nelson (1955) es uno de los más famosos. Se trata de un índice que mide el grado de especialización en cada actividad económica comparando los datos de empleo de cada unidad con la media del sistema.

No obstante, muchos otros índices también establecen medidas de diferenciación funcional, aunque sobre aspectos variados. Así, por ejemplo, los índices de centralidad (Davies 1967) o los índices de diversidad (Shannon y Weaver 1962) también reflejan las posiciones relativas de las unidades en la jerarquía en función de algún aspecto concreto de sus características funcionales. En estos casos, los métodos se basan en la medición de las actividades terciarias.

II.3. *Métodos multivariantes*

Todos los métodos anteriores representan diversas posibilidades de análisis de algún aspecto parcial de la jerarquía urbana a cualquier nivel, intra o interurbano. Son por tanto, en muchos casos, perfectamente compatibles entre sí para un análisis completo de la estructura del sistema. En realidad, toda su dificultad radica en los obstáculos que presenta la cuantificación de las características estructurales del sistema y que aún no han sido totalmente superados.

El problema previo que se plantea a la elección de un método adecuado parte de la constatación de que la *interdependencia entre las unidades urbanas es un fenómeno multidimensional*. En consecuencia, y por

diferentes motivos, todos los métodos anteriores son limitados en su capacidad de responder a la idea básica de la jerarquía urbana: algunos sólo son aplicables a nivel intraurbano y otros sólo sirven para la clasificación de ciudades, y, en general, todos consideran aspectos concretos de las relaciones entre las unidades.

La superación de tales planteamientos metodológicos hacia un planteamiento multivariable y la convergencia entre métodos geográficos y sociológicos ha venido por el desarrollo de ciertas técnicas cuantitativas que permiten precisamente el análisis multivariante de los fenómenos socioespaciales. Concretamente, las técnicas factoriales y de clusterización han abierto camino al replanteamiento de los métodos de análisis de la estructura urbana y, en particular, al establecimiento de tipologías de sub-unidades.

El impulso principal a los métodos multivariantes ha venido por la orientación sociológica de la Ecología Humana, y, sobre todo, por el desarrollo de una amplia corriente de investigación conocida como *Ecología Factorial* (Sweetser 1965 a y b).

La Ecología Factorial es un método inductivo para aislar aquellas dimensiones básicas que caracterizan la estructura de un sistema urbano, y establecer una tipología de sub-áreas en función de tales dimensiones. Dos características del planteamiento metodológico son básicas:

- Primera, que se trata de un método de orientación eco-sistémica, es decir, que se basa en la idea de un sistema de partes socialmente interdependientes en las que la posición que las sub-unidades ocupan en la totalidad se explica por el principio de interdependencia.
- Segunda, que incorpora un método de análisis basado en técnicas cuantitativas multivariantes: básicamente, técnicas de análisis factorial (aunque no exclusivamente).

El método comenzó a ser aplicado en los Estados Unidos durante los años 60, particularmente en el análisis interno de ciudades y áreas metropolitanas, y se extendió por todo el mundo a partir de los 70 (Rees 1972, Janson 1980). Concretamente en España, esta metodología se incorporó a los análisis de estructuras urbanas de forma algo tardía y con algunas excepciones (Del Campo 1983, Leonardo 1989), los geógrafos han sido los principales artífices de su extensión (Díaz Muñoz 1989).

En la actualidad, sin embargo, el uso de técnicas multivariantes para la descripción de tipologías urbanas se ha desligado como tal de la orientación ecológica, de modo que algunas clasificaciones de tipo estrictamente funcional también las utilizan (Vegara 1989), así como son aplicadas con fines taxonómicos a una multitud de fenómenos sociales de base territorial (Castells 1986, Leal 1990).

Frente a los métodos descritos anteriormente, el método (ecológico) factorial tiene a priori una ventaja indudable: no tiene limitaciones de aplicación ni en el nivel del sistema urbano ni en la cantidad de indicadores con que trabajar. Por contra, se sustenta en la necesidad de un planteamiento metodológico muy depurado y en ciertos condicionamientos técnicos que lo han convertido en blanco de muchas críticas.

Superar estos obstáculos requiere aun hoy más investigación sobre distintos tipos de problemas metodológicos que surgen frecuentemente en esta clase de estudios. Los problemas son muy variados y hacen referencia tanto a cuestiones básicas de aplicación de técnicas factoriales al estudio de sistemas urbanos, como específicamente a la deducción de tipologías. Aquí trataremos brevemente los más importantes, para centrarnos en un caso concreto: las posibilidades metodológicas que ofrece el método factorial para el establecimiento de tipologías de sub-unidades urbanas.

III. Problemas asociados al método ecológico-factorial

Descrito de un modo simple, el método ecológico-factorial² de análisis de la estructura de un sistema urbano se basa en la idea de que la interdependencia entre los elementos que componen un sistema urbano puede ser simplificada en una estructura factorial, y que sus unidades pueden ser ordenadas en función de su posición en esta estructura (Janson 1980).

El diseño metodológico de un modelo ecológico-factorial podría entonces esquematizarse del modo que se presenta en el Cuadro 1.

El método tiene por tanto unas fases teóricas y otras técnicas, que están muy relacionadas entre sí. Básicamente, debe entenderse que las técnicas factoriales ofrecen una *estructura simplificada de las relaciones* a estudiar, pero no añaden ninguna información adicional, por lo que una correcta aplicación técnica define la interpretación de los resultados.

Puesto que el establecimiento de las tipologías depende en primer lugar de la obtención de la estructura factorial, los problemas metodológicos que se plantean en esta primera fase afectan también a los resultados.

² Mantenemos la descripción del método como ecológico-factorial, ya que aunque se tratarán aspectos genéricos de la aplicación de técnicas factoriales al análisis urbano, un uso poco crítico de estas técnicas podría invalidar algunos de los presupuestos metodológicos que aquí se establecen.

Cuadro 1
Modelo ecológico-factorial
Esquema operativo

Fase	Carácter	Tareas
Fase A: Planteamiento del problema objeto de estudio.	Teórico	Selección de las Dimensiones Relevantes del problema: aspectos de la Estructura del Sistema y Nivel de Análisis.
Fase B: Operacionalización de las dimensiones seleccionadas.	Proceso deductivo	Selección de Variables e Indicadores y definición de la Unidad de Análisis.
Fase C: Obtención de la Estructura Factorial.	Análisis estadístico	Aplicación de Técnicas de Análisis Factorial y Elaboración de Tipologías.
Fase D: Contrastación de hipótesis.	Proceso inductivo	Interpretación de factores explicativos y regularidad en las tipologías.

Fuente: LEONARDO, J. J. y LAVIA, C. (1990). «Hacia un modelo general de diferenciación residencial: análisis comparativo de Bilbao y Vitoria-Gasteiz». *Ciudad y Territorio* 83: 97-100, p. 99.

Atendiendo estrictamente a los objetivos, el procedimiento es el siguiente: dada una matriz de observaciones (variables operativas definitivas de elementos estructurales del sistema) sobre las sub-unidades (áreas) que componen el sistema, la aplicación de técnicas factoriales permite reflejar las correlaciones entre todas las variables en un número menor de factores, los cuales se consideran las dimensiones latentes que diferencian estructuralmente a las unidades.

En consecuencia, podemos aludir a dos grandes tipos de cuestiones técnico-metodológicas: las relacionadas con la definición operativa del modelo de análisis (sujetos y variables), y las referentes a los procedimientos factoriales.

III.1. *Sobre el modelo de análisis: calidad de los datos*

Como se ha expuesto, las condiciones metodológicas y técnicas para la aplicación de técnicas factoriales implican ciertos supuestos con relación a los datos que se utilizan y que, concretamente provienen del hecho

de que este tipo de técnicas trabajan básicamente con las *correlaciones entre las variables*. Específicamente, la correlación r de Pearson en que se basa el Análisis Factorial plantea varios problemas:

- a) Supone que la relación entre las variables es *lineal*, y no pocas veces se descubre que la relación es exponencial o potencial, e incluso parabólica. Por tanto, es conveniente comprobar qué tipo de relación se da entre las variables antes de realizar el Análisis Factorial.
- b) La correlación es muy sensible al tipo de *distribución estadística* que tengan las variables. Normalmente se presupone que todas las variables tienen una distribución *normal* y, de hecho, las técnicas factoriales las tratan como si fueran variables normales.

Sin embargo, en las aplicaciones ecológicas, lo más frecuente es trabajar con *variables sesgadas* (asimétricas), lo cual origina que al relacionarse como variables más normalizadas, la correlación tienda a ser baja, afectando así los resultados del Análisis Factorial. Ante la alternativa de espurgar estas variables, es decir, eliminarlas del análisis, suele ser habitual recurrir a la modificación de los datos a través de algún procedimiento matemático que mitigue la elevada asimetría³.

- c) La *relevancia de las variables*, es decir, el grado en que las distintas variables recogen los aspectos más nucleares y fundamentales de la estructura del sistema urbano que se desea investigar. Este es un punto crucial en el que teóricos e investigadores todavía repiensan, discuten y experimentan con distintas variables, intentando combinar la consistencia teórica con la potencia estadística de las variables a través de distintas operacionalizaciones.

El problema más importante en este sentido radica en el peligro de *redundancia* que recogen las correlaciones, dado el origen común de las variables que se utilizan en este tipo de análisis, casi siempre relativas a poblaciones, funciones o dimensiones físicas del sistema urbano. Debe entenderse que las variables operativas que proceden de una misma dimensión suelen estar fuertemente correlacionadas entre sí (por ejemplo, las variables poblacionales), y caso de incluirse muchas, la posibilidad de obtener un fuerte factor que las aglutine es alta, pudiendo llegar a ocultar y oscurecer otros posibles factores, es decir, otras posibles explicaciones del fenómeno.

³ Habría que relativizar la importancia de este supuesto técnico, el de normalidad en las distribuciones, dado que procede de la hipótesis de que se trabaja con datos muestrales de los que se quiere realizar alguna inferencia para la población, caso muy infrecuente en las aplicaciones ecológicas urbanas (CHATFIELD y COLLINS 1980, pp. 28-29, JOHNSTON 1976, p. 203).

- d) Una última fuente de problemas es la *calidad y forma de los datos* que recogen las variables. Este es un aspecto en el que la bibliografía es amplia y discrepante, por cuanto disiente respecto a si los datos procedentes de censos, archivos específicos o instituciones que estudian problemáticas sociales tienen todos la misma garantía de calidad, es decir, la misma validez estadística. De no ser así, el azar y los errores impiden no sólo análisis estadísticos correctos sino interpretaciones veraces y ajustadas a la realidad.

Sobre la *forma de los datos* que se van a incluir, la cuestión central es que se trata de variables operativas sobre *unidades de análisis* que no son sujetos individuales, sino colectivos (áreas), y normalmente áreas definidas administrativamente (secciones censales, barrios, distritos, municipios, etc.).

En consecuencia, casi nunca las variables expresan las características estructurales en datos *directos* (absolutos), porque las diferencias en el tamaño y heterogeneidad de las unidades se reproducen automáticamente en la estructura factorial. Lo habitual es utilizar datos *relativos* (Números Índice, Porcentajes, etc.) y, en muchos casos, datos *logarítmicos* (que entre otras propiedades tienden a convertir en simétricas las distribuciones asimétricas), o datos *ponderados* (por ejemplo, exponenciación o radicación de datos originales). Este tipo de transformaciones se utilizan para mejorar las condiciones estadísticas de las distribuciones de las variables.

La experiencia en este campo nos dicta, sin embargo, que no hay una forma significativamente mejor que otra e incluso puede ser interesante mezclar distintos tipos de datos en un mismo análisis (Racine 1972). Obviamente, la interpretación estadística y la interpretación teórica deben ser cautelosas en caso de transformación de los datos, dada la dificultad que entraña, por ejemplo, entender exactamente lo que es un dato logarítmico o un dato numérico fruto de una fórmula matemática de conversión. Aunque a veces los análisis son más consistentes e interesantes desde un punto de vista estadístico con datos transformados, en vez de con datos directos, los objetivos de la investigación deben guiar también este tipo de selecciones.

Sea como fuere, el resultado final de la selección (y eventual transformación) de las variables es una matriz de datos más o menos fiable y válida, a partir de la cual se realiza el Análisis Factorial con el fin de conocer en profundidad la estructura y dimensiones de un sistema urbano.

III.2. *Sobre el procedimiento de análisis: el Análisis Factorial*

Debe recordarse que el Análisis Factorial es una técnica multivariante que necesita un tratamiento metodológico en cierto modo refinado. En este sentido, suele cometerse un primer error consistente en dar por terminado el análisis tras haber realizado un solo y único Análisis Factorial en el que pueden quedar variables «colgadas», es decir, variables que no pertenecen claramente a ningún factor, o que tienen una comunalidad excesivamente baja, o pueden aparecer factores únicos, perteneciendo todas las variables al mismo, etc.

Por otra parte, no hay una sólo técnica, sino varios tipos de Análisis Factoriales que se diferencian por su adecuación a distintas clases de datos y a diferentes planteamientos metodológicos de investigación. La elección de uno u otro debe guiarse por el tipo de hipótesis y por el modelo previamente establecido.

En consecuencia, en todo Análisis Factorial, hay que atender sobre todo a:

- La Varianza Explicada tanto en su conjunto como por cada uno de los factores.
- El método por el que se calculan los «loadings» (Pesos Factoriales), ya sean sin rotar o por medio de diferentes métodos de Rotación: Ortogonal u Oblicua.
- La Comunalidad o índice de pertenencia de las variables a cada factor, así como la comunalidad total.
- La «carga» o «peso» del primer factor que, a veces es muy abultada con respecto al resto de los factores.
- El grado en que el Análisis Factorial confirmatorio ofrece resultados acordes con las hipótesis previas planteadas.

Normalmente, la comprobación de estas cuestiones conduce a la realización de *Análisis Factoriales Secuenciales*, es decir, a nuevos análisis en los que se utiliza una matriz de datos diferente a la primera, habiéndose constatado metodológicamente la necesidad de cambios por algún motivo:

- a) Modificación del número de variables, eliminando las que no sirven estadísticamente para el análisis o no aportan nada, y/o incluyendo otras que previsiblemente puedan contribuir a la claridad de los resultados. En este sentido, las operacionalizaciones alternativas permiten sustituir unas variables por otras.
- b) Variación en el número de factores, según se pretendan interpretaciones más globales o más detalladas. No ha de olvidarse la inci-

dencia de tales variaciones sobre el porcentaje de varianza explicada.

- c) Cambio del número de variables y factores.
- d) Análisis Factorial sólo con las variables del primer factor cuando éste agrupa a un buen número de ellas.
- e) Análisis Factoriales para subcolectivos: verificando si los resultados para la muestra total siguen siendo válidos para subgrupos o subcolectivos determinados.

Tras haber realizado los diferentes análisis factoriales secuenciales, la calidad interpretativa y la aportación de los resultados queda muy probablemente mejorada y da pie para establecer las adecuadas conclusiones sobre estructura factorial del sistema urbano estudiado, que habrá de servir de base para el establecimiento de las tipologías de unidades urbanas.

IV. Las Puntuaciones Factoriales. El «método selectivo»

Lo que ofrece en definitiva el Análisis Factorial no son sino «agrupaciones» de variables con comportamientos similares. Trabaja preferentemente, por tanto, con las variables aunque es posible conocer el posicionamiento o *situación de las unidades* de análisis (secciones, barrios, municipios, etc.) en cada factor mediante las *Puntuaciones Factoriales*. Este es, en consecuencia, el elemento básico para el establecimiento de las tipologías de unidades.

Las Puntuaciones Factoriales de cada unidad de análisis en cada factor no son técnicamente sino el producto de las puntuaciones típicas de los valores de cada unidad en cada variable por el «peso estandarizado» de cada variable en cada factor. El resultado es una puntuación que indica la ubicación factorial de cada unidad de análisis en cada factor, es decir, el modo en que las características estructurales del sistema están presentes en cada unidad.

La relevancia de las Puntuaciones Factoriales para el análisis urbano radica en que permiten cuantificar las diferencias y semejanzas entre las unidades del sistema. Así, pueden conocerse las ubicaciones extremas, las unidades que presentan posiciones semejantes y en consecuencia constituirían clusters o grupos de unidades, las unidades centrales, las unidades aisladas, etc. Más aún, puesto que se trata de puntuaciones estandarizadas, expresan una ordenación cuantitativa de las unidades, es decir, la forma jerárquica del sistema con relación a sus características estructurales.

Las tipologías nacen en consecuencia del tratamiento estadístico de las Puntuaciones Factoriales. Habitualmente, se procede a análisis de las

Puntuaciones Factoriales Promedio para determinados subgrupos de unidades y a la aplicación de técnicas de agrupamiento (Cluster) que establezcan las tipologías de unidades semejantes. También suele procederse al análisis de Varianza de las Puntuaciones Promedio de ciertos grupos, con el fin de comprobar si tales puntuaciones se diferencian significativamente o no. Si existe diferencia estadística significativa debe traducirse como que tales subgrupos ocupan lugares distintos en el factor de que se trata y, por tanto, puede hablarse de tipos diferenciados, en función del modo en que participan de los fundamentos de la estructura del sistema urbano.

No obstante, previamente a estos análisis hay algunas *cuestiones metodológicas* de interés a plantear con relación al cálculo e interpretación de las Puntuaciones Factoriales.

Si, tal como se ha descrito, los cálculos de las puntuaciones factoriales se realizan para cada factor con todas las variables del modelo, en realidad se obtendría una puntuación que depende más del gran número de variables intrascendentes que de aquéllas verdaderamente definitorias del factor. Desde un punto de vista estadístico, las puntuaciones factoriales resultantes están cargadas de aleatoriedad y, desde el punto de vista interpretativo, su grado de información sobre la realidad no sólo puede ser inexacto sino incluso incorrecto.

Una alternativa al método habitual es el «*Método Selectivo*». Este se refiere al planteamiento metodológico por el cual *las puntuaciones factoriales no son calculadas teniendo en cuenta todas las variables, sino sólo aquéllas que tienen mayores «loadings» en cada factor.*

Este planteamiento, mencionado hace tiempo por algunos ecólogos (Joshi 1972) como alternativa metodológica más depurada para las tipologías urbanas, ha sido olvidado hasta la actualidad, pero tiene creciente interés y vigencia al comprobar que en muchos análisis urbanos en que se manejan gran cantidad de variables, cada factor suele ser definido por muy pocas variables de gran importancia frente a muchas intrascendentes por tener «loadings» bajos.

La lógica del Método Selectivo se basa en que si ciertas variables definen un factor, las puntuaciones factoriales de las unidades en ese factor deberán ser calculadas en función de lo que precisamente es importante para la definición de ese factor, y en consecuencia, los resultados se acercarán más a la realidad, serán más coherentes y ayudarán más a la clarificación de la forma en que la estructura ecológica urbana (como estructura factorial) se plasma en cada subunidad del sistema.

Existen ya los software necesarios para el cálculo de Puntuaciones Factoriales por el Método Selectivo (caso del Paquete de Programas Estadísticos PROGSTAD), con la posibilidad adicional de análisis estadís-

ticos complementarios de cara al establecimiento de tipologías (Cluster) y grado de significación de las diferencias entre grupos de unidades (Análisis de Varianza). Un ejemplo real puede aclarar la diferencia entre el método habitual de cálculo de puntuaciones factoriales y los resultados obtenidos por el Método Selectivo, como veremos a continuación.

V. Un ejemplo: Puntuaciones Factoriales por el método selectivo en análisis ecológicos urbanos

Este tipo de problema se planteó en una investigación sobre la tipología de áreas sociales urbanas de la ciudad de Vitoria-Gasteiz realizada en 1989. Tras los habituales procesos de selección y depuración de datos, se diseñó un modelo inicial de análisis con 35 variables descriptivas de las principales dimensiones de la estructura urbana, recogidas para las 133 secciones censales que componen el área urbana del municipio.

En los análisis preliminares, se llevó a cabo un Análisis Factorial de Componentes Principales con rotación Varimax para las 22 variables del modelo a priori más interesantes. El resultado fue una *estructura factorial* de 4 factores altamente consistente: en conjunto, la varianza explicada alcanzaba casi el 82%, y todos los factores eran teóricamente interpretables (Cuadro 2).

El primer factor discriminaba las subunidades en función del *Rango Social*, dado el peso de las variables socio-profesionales (ALT y BAJ; IND y SRV), de nivel educativo (PRI y SUP), y de tipo económico (TVI). A la vez, las variables indicativas de alto Rango aparecían asociadas al carácter autóctono de la población (MIG frente a VAS). El segundo factor hacía referencia claramente a las etapas de la *Inmigración* (EM5, EM10 y EM+), destacando en el polo positivo las diferencias de las zonas de emigración tradicional asentada frente a las de más reciente desarrollo. Además, los tipos migratorios aparecen asociados a una característica de estilo de vida: la participación de las mujeres en el mundo laboral (MO frente a AC).

El tercer Factor fue interpretado como *Demográfico*, una dimensión clara de diferenciación en áreas urbanas que, en este caso discriminaba las zonas con estructuras demográficas más jóvenes y/o con presencia de familias con hijos (JOV, HIJ), frente a las zonas envejecidas demográficamente (VIE). Un último factor, algo más complejo, parece apuntar a ciertas características de Marginalidad o Polarización Social, medida en términos de analfabetismo, paro, presencia de familias numerosas y preponderancia de la población ocupada en la construcción (AN, PAR, FNU y CON).

Cuadro 2
Vitoria-Gasteiz 1989
Matriz factorial rotada

Variables	Pesos Factoriales			
	F1	F2	F3	F4
1. Tasa de Juventud (JOV)	.227	-.252	.878	-.017
2. Tasa de Vejez (VIE)	-.204	.018	-.902	-.001
3. Tasa de Analfabetismo (AN)	.317	.141	-.206	.750
4. % Población con estudios primarios (PRI)	.621	.378	.309	.350
5. % Población con estudios superiores (SUP)	-.782	-.463	-.242	-.121
6. % Emigrantes (MIG)	.568	.190	.532	.437
7. % Emigr. llegados en los últimos 5 años (EM5)	-.344	-.774	-.133	-.016
8. % Emigr. llegados hace menos de 10 y más de 5 años (EMIO)	-.108	-.751	.366	-.172
9. % Emigr. llegados hace más de 10 años (EM+)	.253	.901	-.170	.121
10. Tamaño medio de las viviendas (TVI)	-.826	-.411	.008	-.196
11. % Ocupados en Industria (IND)	.637	.472	.523	.054
12. % Ocupados en Construcción (CON)	.421	.283	.181	.627
13. % Ocupados en Servicios (SRV)	-.652	-.472	-.511	-.190
14. Tasa de vascoparlantes (VAS)	-.677	.090	-.140	-.498
15. Tasa de paro (PAR)	.183	.481	-.341	.686
16. % Núcleos familiares con hijos (HIJ)	.052	.136	.954	-.054
17. % Núcleos que son familias numerosas (FNU)	-.590	.405	.316	.507
18. % Mujeres ocupadas (MD)	-.269	-.739	-.201	-.367
19. % Mujeres amas de casa (AC)	.326	.723	.210	.359
20. % Ocupados de Clase Alta (ALT)	-.832	-.421	-.201	-.202
21. % Ocupados de Clase Media (MED)	-.058	-.067	-.039	-.586
22. % Ocupados de Clase Baja (BAJ)	.757	.405	.189	.379
% Varianza Explicada Total: 81.67 / Var. Explicada Factores	25.85	22.66	18.73	14.43

Fuente: Elaboración propia.

En definitiva, los factores aislados eran consistentes con las características de la evolución urbana de la ciudad y, en algunos casos, comparables con los resultados obtenidos en otras ciudades occidentales de desarrollo similar (Leonardo 1989, pp. 272-286). Para apoyar la inter-

pretación y avanzar en la elaboración de las tipologías, se procedió a continuación a calcular las *Puntuaciones Factoriales Promedio* por Barrios, ya que éstos son unidades sociológicamente significativas y permiten visualizar rápidamente la plasmación de la estructura ecológica detectada en la ciudad.

Cuadro 3
Vitoria-Gasteiz 1989
Puntuaciones Factoriales promedio por barrios

Barrios	Puntuaciones Factoriales Promedio			
	F1	F2	F3	F4
Casco Viejo	0.782	- 0.452	- 1.691	0.910
Ensanche	- 1.630	- 0.794	- 1.147	- 0.349
Lovaina	- 0.990	- 0.468	- 0.963	- 0.155
Coronación	- 0.244	0.776	- 0.384	- 0.341
El Pilar	0.574	0.465	0.821	- 0.368
Gazalbide	- 1.609	0.540	1.318	- 0.502
Txagorritxu	- 0.308	0.112	0.148	- 0.712
San Martín	- 0.612	- 2.133	0.406	- 0.536
Zaramaga	0.121	1.058	0.481	0.513
El Anglo	- 0.158	0.791	- 0.388	- 1.478
Sierras	0.709	- 0.456	0.810	- 0.829
Santiago	0.330	- 0.560	0.267	- 1.162
Arambizkarra	0.824	- 0.718	1.112	- 0.392
Arana	0.213	0.495	0.441	0.335
Desamparadas	- 0.685	- 0.327	- 0.684	- 0.595
Judizmendi	0.232	0.427	- 0.626	- 0.220
Santa Lucía	1.016	- 1.390	0.531	- 0.327
Errekaleor	0.645	- 0.248	- 0.715	3.425
Adurza	0.774	0.241	0.336	0.272
San Cristóbal	0.408	0.266	0.136	- 0.214
Batán	- 2.839	- 1.558	- 0.127	0.685
Mendizorroza	- 4.932	- 1.482	2.106	2.029
Ariznavarra	0.223	0.003	0.132	0.526
Sansomedi	0.227	- 0.579	1.873	1.342
Arriaga-Lakua	1.149	- 1.463	1.035	- 0.182
Abetxuko	- 0.041	1.070	0.087	2.437

Fuente: Elaboración propia.

La sorpresa fue comprobar que los resultados arrojaban casos verdaderamente llamativos: ciertos barrios de características plenamente identificables no se posicionaban en los factores de acuerdo con lo esperable según la interpretación realizada, y dado el conocimiento previo de las distintas zonas en base a un análisis descriptivo detallado⁴. Las puntuaciones obtenidas para los 26 barrios de la ciudad se reflejan en el Cuadro 3.

Por tomar algún ejemplo bastante claro, en el Factor 1 definido como *Rango Social*, y en función del sentido de los pesos factoriales, debe interpretarse que las Puntuaciones Factoriales negativas mayores corresponden a los barrios de más alto Rango, mientras que en el extremo opuesto, las máximas puntuaciones positivas deben reflejar los barrios socialmente más marginados de la ciudad.

Sin embargo, dos barrios muy característicos por su composición social, Sansomendi y Abetxuko, ocupan por sus puntuaciones posiciones intermedias que en nada corresponden a la realidad. Ambos son barrios periféricos, con población de muy bajo status socioeconómico e importantes problemas de marginación. Sociológicamente, deberían ser casos extremos en una escala de Rango Social.

Dados estos resultados, se comprobó la posible influencia del uso de promedios (que en el caso de barrios muy heterogéneos podía contribuir a alterar la posición media), constatando sin embargo que las Puntuaciones Factoriales por secciones reflejaban las mismas anomalías. En consecuencia, la investigación se dirigió al estudio de la importancia relativa de las variables «pequeñas» de los factores, aquéllas que no habían sido consideradas en la interpretación por sus bajos loadings, pero que podían consituir la fuente del problema.

Para comprobar la hipótesis, se calcularon nuevamente las Puntuaciones Factoriales, esta vez por el *Método Selectivo*, incluyendo en el cálculo sólo las variables de más altos pesos en cada factor, es decir, las que se habían incluido en la interpretación de cada factor. Por seguir con el ejemplo, reproduciremos sólo los cambios habidos en las Puntuaciones del Factor 1, en cuyo cálculo se incluyeron las 8 variables más fuertes (con pesos superiores a ± 0.6): PRI, SUP, TVI, IND, SRV, VAS, ALT y BAJ. Los resultados, comparados con los anteriores, se reflejan en el Cuadro 4.

Como se puede apreciar, las características de los barrios de más alto Rango son tan claras que los cambios en las posiciones no son especial-

⁴ No es el objetivo aquí recoger los resultados de la mencionada investigación. Para referencias detalladas, Cfer: LEONARDO, J. J. y LAVIA, C. (1990a). *Vitoria-Gasteiz. Análisis de las pautas de localización residencial*, Diputación Foral de Alava, Vitoria-Gasteiz.

mente relevantes. Sin embargo, los cambios en las posiciones de los barrios en el extremo inferior del factor son notables, lo que confirmó la hipótesis de que la influencia conjunta de las «variables pequeñas» en el cálculo original de las Puntuaciones Factoriales tenía relación con la jerarquización inicialmente obtenida. Veamos cómo.

Cuadro 4

Vitoria-Gasteiz 1989
Puntuaciones Factoriales por barrios en el Factor 1
Comparación entre Método General y Método Selectivo

<i>Método General</i> (Con todas las Variables) Barrios según Orden de Puntuación		<i>Método Selectivo</i> (8 Variables) Barrios según Orden de Puntuación	
Mendizorroza	- 4.932	Mendizorroza	- 3.926
Batán	- 2.893	Batán	- 2.952
Ensanche	- 1.630	Ensanche	- 2.060
Gazalbide	- 1.609	San Martín	- 1.333
Lovaina	- 0.990	Lovaina	- 1.224
Desamparadas	- 0.685	Desamparadas	- 1.092
San Martín	- 0.612	Gazalbide	- 0.860
Txagorritxu	- 0.308	El Anglo	- 0.330
Coronación	- 0.244	Txagorritxu	- 0.308
El Anglo	- 0.158	Santiago	- 0.072
<i>Abetxuko</i>	- 0.041	Coronación	- 0.069
<i>Sansomendi</i>	0.027	Judizmendi	0.138
<i>Zaramaga</i>	0.121	Sierras	0.282
Arana	0.213	Casco Viejo	0.334
Ariznavarra	0.223	Ariznavarra	0.350
Judizmendi	0.232	<i>Santa Lucía</i>	0.360
Santiago	0.330	San Cristóbal	0.419
San Cristóbal	0.408	Arambizkarra	0.457
El Pilar	0.574	<i>Arriaga-Lakua</i>	0.575
Errekaleor	0.645	Arana	0.645
Sierras	0.709	El Pilar	0.655
Adurza	0.774	<i>Sansomendi</i>	0.709
Casco Viejo	0.782	<i>Zaramaga</i>	0.794
Arambizkarra	0.824	Adurza	0.910
<i>Santa Lucía</i>	1.016	Errekaleor	0.970
<i>Arriaga-Lakua</i>	1.149	<i>Abetxuko</i>	1.155

Fuente: Elaboración propia.

Tomando el ejemplo más claro, el barrio de Abetxuko, podemos descomponer la Puntuación Promedio original, calculando la Puntuación Factorial en el Factor 1 para cada una de las tres secciones que lo componen.

Matemáticamente, las Puntuaciones Factoriales (P) de cada sujeto (sección) son resultado de los productos de los valores estandarizados (Z) de cada variable por el respectivo «peso» de la variable en cada factor. Este peso resulta del producto matricial de los loadings factoriales por la matriz inversa de correlaciones.

En general,

$$P = L \zeta \diamond R^{-1} \diamond Z, \text{ siendo:}$$

P = Puntuación Factorial

L = Matriz de loadings de las m variables en los f factores

R = Matriz de Correlaciones entre las m variables

De manera más explícita,

$$P_{if} = \sum_1^m C'_{jf} \diamond Z_{ij}, \text{ siendo:}$$

$$C' = L' \diamond R^{-1}$$

i = Sujeto (sección)

j = Cada variable

m = Total de variables

f = Factor de que se trate

De modo que, para la sección 1 (sujeto) del barrio de Abetxuko en el Factor 1, el cálculo resulta:

$$P_{11} = \sum_1^m C'_{j1} \diamond Z_{1j}, \text{ para } m = 22 \text{ variables (todas las del modelo factorial)}$$

Dados en consecuencia los valores de C y Z, reflejados en el Cuadro 5, la puntuación se obtiene de los productos respectivos:

$$P_{11} = (-.00594) + (-.0044) + (.051) + (.10578) + (.12136) + \\ + (.07107) + (-.00648) + (-.1029) + (-.1135) + (.1785) + \\ + (.0473) + (-.00588) + (.05112) + (.4053) + (-.1305) + \\ + (-.007906) + (-.6426) + (-.0533) + (-.1806) + (.1958) + \\ + (-.1149) + (.2306)$$

$$P_{11} = 0.11$$

Cuadro 5

Vitoria-Gasteiz 1989

Pesos Factoriales estandarizados de las variables en el Factor 1 y puntuaciones estandarizadas de la Sección 1 (Abetxuko) en las variables

Variables	C'	Z	C' · Z
1. JOV	.009	-0.66	-.00594
2. VIE	.040	-0.11	-.0044
3. AN	.025	2.04	.051
4. PRI*	.082	1.29	.10578
5. SUP*	-.164	-0.74	.12136
6. MIG	.0515	1.38	.07093
7. EM5	.006	-1.08	-.00648
8. EM10	.0588	-1.74	-.10231
9. EM+	-.066	1.72	-.11308
10. TVI*	-.210	-0.85	.1785
11. IND*	.083	0.57	.0473
12. CON	-.006	0.98	-.00588
13. SRV*	-.072	-0.71	.05112
14. VAS*	-.177	-2.29	.4053
15. PAR	-.050	2.61	-.131
16. HIJ	-.118	-0.067	-.00826
17. FNU	-.378	1.70	-.6464
18. MO	.0884	-0.603	-.05424
19. AC	-.0657	2.75	-.182
20. ALT*	-.183	-1.07	.1958
21. MED	.068	-1.609	-.1156
22. BAJ*	.138	1.67	.2306

* Variables con más altos loadings en el Factor 1 según interpretación de la matriz factorial.

Fuente: Elaboración propia.

Aplicando la misma fórmula a las puntuaciones de las otras dos secciones del barrio, resulta que $P_{21} = 0.06$ y $P_{31} = -0.29$, con lo que la Puntuación Promedio del barrio en el Factor 1 es

$$PB = \frac{(P_{11} + P_{21} + P_{31})}{3} = -0.04$$

Como se aprecia, el cálculo contempla todas las variables utilizadas, dándose la situación de que en algunas, la posición (en valor original Z)

de las secciones de este barrio es muy extrema: Tasas de analfabetismo, Tasas de inmigración, Población dedicada a la Construcción, Tasa de paro, Familias Numerosas, etc, presentan valores altos.

Como se ha comentado, las características de este barrio son prototípicas y, en este sentido, los datos reflejan las abultadas diferencias respecto a otras áreas de la ciudad.

En definitiva, la fuerza de estas diferencias, a pesar de que en la matriz factorial tales variables presentan loadings más bajos, da como resultado que la *influencia de las variables con más peso* en la definición del factor se vea *contrarrestada* por las anteriores y así, la Puntuación Factorial resultante «suaviza» la posición de estas secciones.

Por el contrario, y según el Método Selectivo, al considerar sólo las variables importantes, en las cuales se combinan fuertes loadings con valores originales también extremos, las características de las secciones del barrio aparecen nítidamente reflejadas, alterándose la posición relativa de las mismas en la jerarquía urbana.

Si denominamos PS_{if} a la Puntuación Factorial obtenida con el Método Selectivo por un sujeto i en el factor f , tendríamos que:

$$PS_{if} = \sum_1^r C \zeta_{if} \diamond Z_{ij}, \text{ siendo: } r = \text{Total de variables con fuertes pesos en la matriz factorial.}$$

Por tanto, según el Método Selectivo, las puntuaciones de las tres secciones del barrio de Abetxuko quedarían:

$$PS_{11} = \sum_1^r C \zeta_{j1} \diamond Z_{1j}, \text{ para } r = 8 \text{ variables con mayores pesos en la matriz factorial. (Cuadro 5)}$$

$$PS_{11} = (.10578) + (.12136) + (.1785) + (.0473) + (.05112) + (.4053) + (.1958) + (.2306)$$

$$PS_{11} = 1.33$$

Y, respectivamente, $PS_{21} = 1.04$ y $PS_{31} = 1.10$, con lo que la Puntuación media según el Método Selectivo, $PS_B = 1.15$, la máxima Puntuación Promedio entre los barrios en el extremo inferior de la jerarquía de Rango Social.

En este caso, sencillamente se anula la posibilidad de que las situaciones más anómalas en variables que no pertenecen a la estructura simplificada del factor puedan «ocultar» sus características principales.

Debe recordarse que el objeto de un análisis factorial es simplificar múltiples correlaciones, ayudando a desvelar una estructura latente que permita explicar el máximo de la variación conjunta.

La tipología resultante del cálculo de Puntuaciones factoriales por el Método Selectivo recoge en consecuencia un patrón también simplificado de la jerarquía urbana en función de los factores o dimensiones latentes detectados. Aunque en algún caso la comprobación de las Puntuaciones factoriales pudiera llevar también a una nueva depuración de variables en el modelo original, el Método Selectivo permite precisamente superar el recurso al espurgue permanente, si se ha comprobado la pertinencia teórica y metodológica del modelo de análisis.

En este ejemplo, en que la estructura factorial obtenida respondía a una interpretación adecuada del fenómeno a estudiar, el Método Selectivo representa la adecuación de una técnica estadística a los objetivos metodológicos. Este tipo de aplicación puede resultar de máxima utilidad en el caso concreto de los análisis factoriales ecológicos en que habitualmente se trabaja con indicadores colectivos en que el grado de variación puede ser muy grande.

Hay que destacar finalmente que el Método Selectivo no puede nunca sustituir otras fases de la depuración estadística y metodológica de los datos con que se trabaja, pero pensamos que favorece extraordinariamente los objetivos de simplificación de estructuras urbanas latentes y sobre todo, permite obtener una base adecuada para establecer tipologías urbanas.

Bibliografía

- BURGESS, Ernest W. (1925) «El crecimiento de la ciudad: introducción a un proyecto de investigación» en THEODORSON, G. A. (Compil.) (1974) *Estudios de Ecología Humana*, Ed. Labor, Barcelona, 2 Volúmenes, Vol. I, pp. 69-81.
- CAMPO, Alfredo DEL (1983) «Una aplicación de Ecología Factorial al estudio de pautas espaciales de segregación social en el municipio de Madrid» *Ciudad y Territorio* 57/58: 137-153.
- CASTELLS, Manuel (1986) *La ciudad y las masas*, Alianza Editorial, Madrid.
- CHATFIELD, Christopher & COLLINS, Alexander J. (1980) *Introduction to Multivariate Analysis*, Chapman & Hall, London.
- DAVIES, W. K. D. (1967) «Centrality and the Central Place Hierarchy» *Urban Studies* 4: 61-79.
- DÍAZ MUÑOZ, M^a Angeles (1989) «Hacia un modelo de diferenciación residencial urbana en España. La aportación del Análisis de Areas Sociales y la Ecología Factorial» *Estudios Territoriales* 31: 115-133.
- HAGGETT, Peter (1973) *L'Analyse spatiale en Géographie Humaine*, Armand Colin, Paris.
- HARMAN, Harry (1980). *Análisis Factorial Moderno*, Ed. Saltés, Madrid.

- HARRIS, Chauncy D. & ULLMAN, Edward D. (1945) «The Nature of Cities» en Hatt, P. K. & Reiss, A. J. Jr. (Eds.) (1957) *Cities and Society*, The Free Press, New York, pp. 237-247.
- HAWLEY, Amos H. (1971) *Urban Society*, The Ronald Press Co., New York.
- JANSON, Carl-Gunnar (1969) «Some Problems of Ecological Factor Analysis» en Dogan, M. & Rokkan, S. (Eds.) (1969) *Quantitative Ecological Analysis in the Social Sciences*, The MIT Press, Cambridge (Mass.), pp. 301-341.
- (1980) «Factorial Social Ecology: An Attempt at Summary and Evaluation» *Annual Review of Sociology* 6: 433-456.
- JOHNSTON, R. J. (1976) «Residential Area Characteristics: Research Methods for Identifying Urban Sub-Areas. Social Area Analysis and Factorial Ecology» en Herbert, D. T. & Johnston, R. J. (Eds.) (1976) *Social Areas in Cities*, John Wiley & Sons, New York, 2 Volúmenes, Vol. I, pp. 193-235.
- JOSHI, T. (1972) «Towards Computing Factor Scores» *International Geography* 2: 906-908.
- LEONARDO, Jon Joseba (1989) *Estructura urbana y diferenciación residencial. El caso de Bilbao*, Centro de Investigaciones Sociológicas, Siglo XXI, Madrid.
- LEONARDO, J. J. y LAVIA, C. (1990a) *Vitoria-Gasteiz. Análisis de las pautas de localización residencial*, Diputación Foral de Alava, Vitoria-Gasteiz.
- (1990b) «Hacia un modelo general de diferenciación residencial: análisis comparativo de Bilbao y Vitoria-Gasteiz» *Ciudad y Territorio* 83: 97-110.
- LEAL, Jesús (1990) *La segregación social en Madrid*, Ayto. de Madrid, Dirección de Servicios Informáticos, Doc. de Trabajo 21.
- NELSON, H. J. (1955) «A Service Classification of American Cities» en Gibbs, Jack P. (Ed.) (1961) *Urban Research Methods*, Van Nostrand Co., Princeton, pp. 353-374.
- PROGSTAD (1990) *Paquete de Programas Estadísticos*, F. Calvo, Universidad de Deusto.
- RACINE, Jean-Bernard (1972) «Ecología Factorial y Ecosistemas espaciales» en BOURGOIGNE, G. E. (Compil.) (1976) *Perspectivas en Ecología Humana*, IEAL, Madrid, pp. 181-227.
- RACIONERO, Luis (1981) *Sistemas de ciudades y ordenación de territorio*, Alianza Universidad, Madrid.
- REES, Philip H. (1972) «Problems of Classifying Subareas within Cities» en Berry, B. J. L. (Ed.) (1972) *City Classification Handbook*, John Wiley & Sons, New York, pp. 265-330.
- RICHARDSON, Harry W. (1975) *The Economics of Urban Size*, Saxon House, Westmead (G. B.).
- SHANNON, C. E. & WEAVER W. (1962) *The Mathematical Theory of Communication*, University of Illinois Press, Chicago.
- SWEETSER, Frank L. (1965a) «Factorial Ecology: Helsinki 1969» *Demography* 2: 372-385.
- (1965b) «Factor Structure as Ecological Structure in Helsinki and Boston» *Acta Sociológica* 8: 205-225.
- VEGARA, Alfonso (1989) «Las Areas Funcionales y las estrategias de Ordenación Territorial. El caso del País Vasco» *Ekonomiaz* 15: 92-101.
- ZIPF, George K. (1941) *National Unity and Disunity*, Principia Press Co., Bloomington.